

Richtlinien

zur Veröffentlichung der Aufgaben der ersten Runde im Internet

Um eine weite Verbreitung der Aufgaben der ersten Runde der Mathematik-Olympiade zu erreichen und die Arbeit der Organisatoren zu erleichtern, kann eine Veröffentlichung der Aufgaben im Internet während der Bearbeitungszeit hilfreich sein. Diese Veröffentlichung kann nicht vor, sondern erst nach Wettbewerbsende auf der Webseite des Mathematik-Olympiaden e.V. erfolgen, da der Verein nicht Ausrichter der ersten Runde ist und sonst die ausdrücklich nicht erwünschte Möglichkeit besteht, dass Einsendungen an den Verein bzw. die Geschäftsstelle erfolgen, die dort nicht bearbeitet werden können.

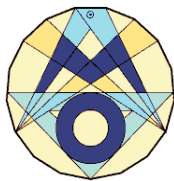
Die Aufgaben dürfen vom Schuljahresbeginn bis zum Beginn der zweiten Runde lokal auf der Webseite des Veranstalters der ersten Runde (z. B. Schulhomepage) zum Download angeboten werden, wenn die nachfolgend aufgeführten Rahmenbedingungen beachtet werden.

- (1) Auf der Webseite des Veranstalters muss klar zum Ausdruck kommen:
 - wer der Ausrichter des Wettbewerbs ist,
 - wer teilnahmeberechtigt ist,
 - bei wem die Lösungen abzugeben sind,
 - wann der Abgabeschluss für die Lösungen ist,
 - wie über das Ergebnis informiert wird,
 - dass eine Diskussion der aktuellen Wettbewerbsaufgaben in Internetforen untersagt ist.

Ein Muster ist unten abgedruckt.

- (2) Nach Ende der ersten Runde müssen die Aufgaben von der Webseite des Veranstalters entfernt und durch einen Link auf die Webseite des Mathematik-Olympiaden e.V. ersetzt werden:
<https://www.mathematik-olympiaden.de>
- (3) Die Lösungen dürfen zu keiner Zeit im Netz veröffentlicht werden.

Beispiel für eine Homepage, von der die Aufgaben der ersten Runde heruntergeladen werden können:



1. Runde der Mathematik-Olympiade 2022 an der xy-Schule in AB-Stadt

Der Wettbewerb richtet sich an alle Schülerinnen und Schüler der Klassen 5 bis 13 unserer Schule.

Die Aufgaben können bei den Mathematiklehrerinnen und Mathematiklehrern in gedruckter Form abgeholt oder hier (Link) heruntergeladen werden.

Lösungen können bis zum ???.2022 bei den Mathematiklehrerinnen und Mathematiklehrern (alternativ z.B. bei Herrn Müller im Lehrerzimmer) abgegeben werden.

Teilnehmerinnen und Teilnehmer erhalten am ???.2022 das Ergebnis durch Aushang am Informationsbrett.

Erfolgreiche Teilnehmerinnen und Teilnehmer qualifizieren sich für die 2. Runde der Mathematik-Olympiade, die am 09.11.2022 als Regionalrunde in Pi-Stadt stattfinden wird.

Eine Diskussion der aktuellen Wettbewerbsaufgaben in Internetforen ist untersagt.



© 2022 *Aufgabenausschuss für die Mathematik-Olympiade in Deutschland*
www.mathematik-olympiaden.de. Alle Rechte vorbehalten.

Hinweise: 1. Für die Olympiadeklassen 9 und 10 stehen in der ersten Runde insgesamt sechs Aufgaben zur Verfügung, aus denen die Verantwortlichen vor Ort eine geeignete Auswahl treffen können. Wenn die erste Runde als Hausaufgabenwettbewerb durchgeführt wird, kann die Wahl von vier der sechs Aufgaben auch den Teilnehmenden überlassen werden.

2. Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen, falls sie nicht aus dem Schulunterricht bekannt sind. Auf eine Beweisangabe kann außerdem verzichtet werden, wenn die Aussage einen eigenen Namen besitzt und dadurch als allgemein bekannt angesehen werden kann.

621011

- a) Ermitteln Sie die kleinste positive ganze Zahl z , für die sowohl z als auch die Quersumme $Q(z)$ durch 2, durch 3 und durch 5 teilbar sind.
- b) Ermitteln Sie die kleinste positive ganze Zahl z , für die sowohl z als auch die Quersumme $Q(z)$ durch 2, durch 3, durch 4 und durch 5 teilbar sind.

621012

In dieser Aufgabe betrachten wir Summen von Quadratzahlen. Die kleinste der hier betrachteten Quadratzahlen soll die Eins mit $1 = 1 \cdot 1 = 1^2$ sein. Die nächstgrößeren sind dann 4 wegen $4 = 2 \cdot 2 = 2^2$ und 9 wegen $9 = 3 \cdot 3 = 3^2$ usw.

- a) Vereinfachen Sie den Term

$$(a^2 + b^2 - c^2)^2 + (2ac)^2 + (2bc)^2 - (a^2 + b^2 + c^2)^2 .$$

- b) Geben Sie ein Beispiel an, bei dem die Summe von drei Quadratzahlen wieder eine Quadratzahl ist. Dabei darf eine Quadratzahl auch mehrfach als Summand auftreten.
- c) Geben Sie ein Beispiel an, bei dem die Summe von 2022 Quadratzahlen wieder eine Quadratzahl ist. Auch hier darf eine Quadratzahl mehrfach als Summand auftreten.

Hinweis: Es gibt für den Aufgabenteil c) auch Beispiele, bei denen alle Summanden paarweise verschieden sind. Finden Sie ein Beispiel?

Auf der nächsten Seite geht es weiter!

621013

Eine positive ganze Zahl n , die sich in der Form $n = a^2 + b^3$ mit positiven ganzen Zahlen a, b darstellen lässt, bezeichnen wir als *QK-Zahl* und alle anderen positiven ganzen Zahlen als *Nicht-QK-Zahl*.

- a) Bestimmen Sie die Anzahl der QK-Zahlen im Bereich von 1 bis einschließlich 100.
- b) Entscheiden Sie, ob es im Bereich von 1 bis 1 000 000 mehr QK-Zahlen als Nicht-QK-Zahlen gibt.

Hinweis: 40 027 ist eine *QK-Zahl*, da $40\,027 = 200^2 + 3^3$ gilt und 200 sowie 3 positive ganze Zahlen sind.

621014

In einen Halbkreis mit Mittelpunkt M über dem Durchmesser \overline{UV} mit $|\overline{UV}| = 12$ sei ein Quadrat $ABCD$ eingezeichnet, wobei A und B auf dem Durchmesser sowie C und D auf dem Halbkreis liegen. Weiter sei ein Quadrat $BEFG$ eingezeichnet, wobei B zwischen M und E auf dem Durchmesser \overline{UV} , F auf dem Halbkreis und G auf der Strecke \overline{BC} liegen.

- a) Konstruieren Sie eine solche Figur und begründen Sie Ihr Vorgehen.
- b) Bestimmen Sie den Flächeninhalt A_{ABCD} des Quadrats $ABCD$.
- c) Zeigen Sie, dass $A_{ABCD} = 4 \cdot A_{BEFG}$ gilt.

Hinweis: Die Zeichnung darf auch mit Hilfe eines geeigneten Computerprogramms angefertigt werden.

621015

In einem konvexen Fünfeck $ABCDE$ seien u die Summe der Seitenlängen (also der Umfang des Fünfecks) und d die Summe der Diagonalenlängen.

- a) Zeigen Sie, dass stets $d < 2u$ gilt.
- b) Zeigen Sie, dass stets $u < d$ gilt.

Hinweis: Ein Fünfeck ist konvex, wenn alle seine Diagonalen mit Ausnahme der Endpunkte im Inneren des Fünfecks verlaufen.

Auf der nächsten Seite geht es weiter!

621016

2022 Piraten haben auf einer Insel einen Schatz, bestehend aus 10 000 Kokosnüssen, erbeutet. Sie wollen jetzt die Kokosnüsse einigermaßen gerecht unter sich aufteilen und gehen dazu wie folgt vor:

Alle Kokosnüsse werden auf einen Haufen gelegt und alle Piraten stellen sich in einer Schlange auf. Der Reihe nach geht jeweils der erste Pirat aus der Schlange zum Kokosnusshaufen, teilt die Anzahl der noch verbliebenen Kokosnüsse durch die Anzahl der verbliebenen Piraten, zu denen er selber auch gehört, rundet das Ergebnis auf die nächstgelegene ganze Zahl auf oder ab, nimmt sich entsprechend viele Kokosnüsse und segelt mit ihnen nach Hause. Dann ist der nächste Pirat dran und so weiter.

Bestimmen Sie, wie viele Kokosnüsse

- a) die ersten drei Piraten,
- b) die Piraten, die am Anfang an 1803. und 1804. Stelle stehen,
- c) die letzten beiden Piraten

erhalten.

Hinweis: Ist die erste Ziffer nach dem Komma größer oder gleich fünf, so wird aufgerundet. Ist die erste Ziffer nach dem Komma kleiner als fünf, so wird abgerundet.