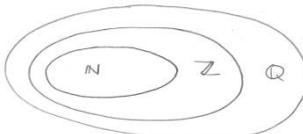


Wissen/Können	Beispiele
<p>1. Brüche und Dezimalbrüche</p> <p>1.1 Bruchteile und Anteile</p> <p>$\frac{z}{n}$ bedeutet: Man teilt das Ganze in n gleiche Teile und nimmt z von diesen Teilen. Die Zahl oberhalb des Bruchstrichs heißt Zähler. Die Zahl unterhalb heißt Nenner.</p> <p>Der Bruchteil $\frac{2}{3}$ bezeichnet den Anteil, den z.B. der Bruchteil 50 cm vom Ganzen 75 cm ausmacht.</p> <p>Prozentschreibweise Angaben werden häufig in Prozent angegeben: 20% = $\frac{20}{100}$</p> <p>1.2 Kürzen und erweitern</p> <p>Kürzen eines Bruches : man dividiert Zähler und Nenner durch dieselbe natürliche Zahl.</p> <p>Erweitern eines Bruches : man multipliziert Zähler und Nenner mit derselben natürliche Zahl. Die Größe des Bruchteiles wird nicht geändert</p> <p>1.3 Brüche als Quotienten und an der Zahlengeraden</p> <p>Den Quotienten $z : n$ zweier natürlicher Zahlen kann man auch als Bruch $\frac{z}{n}$ schreiben</p> <p>Echte Brüche – der Zähler ist kleiner als der Nenner.</p> <p>Unechte Brüche – der Zähler ist gleich oder größer als der Nenner.</p> <p>1.4 Vergleichen von Brüchen.</p> <p>Haben die Brüche gleiche Nenner, so ist derjenige Bruch größer, der den größeren Zähler besitzt.</p> <p>Haben zwei Brüche den gleichen Zähler, so ist derjenige Bruch größer, der den kleineren Nenner besitzt.</p> <p>1.5 Rationale Zahlen</p> <p>Die Menge \mathbb{Q} Jeder rationale Zahl lässt sich als Quotient zweier ganzer Zahlen auffassen.</p> <p>$\frac{a}{b} = a : b$ für $a, b \in \mathbb{Z}$ und $b \neq 0$</p> <p>Betrag einer rationalen Zahl – Abstand von der Zahl 0.</p>	<p>$\frac{1}{4}$ von 200 € = $200 \text{ €} : 4 = 50 \text{ €}$</p> <p>Anteil Ganzes Bruchteil</p> <p>$\frac{3}{4}$ von 200 € = $(\frac{1}{4} \text{ von } 200 \text{ €}) \cdot 3 = 50 \text{ €} \cdot 3 = 150 \text{ €}$</p> <p>$\frac{15}{20} = \frac{15:5}{20:5} = \frac{3}{4}$ mit 5 gekürzt</p> <p>$\frac{4}{7} = \frac{4 \cdot 3}{7 \cdot 3} = \frac{12}{21}$ mit 3 erweitert</p> <p>$\frac{4}{7} = 4 : 7$</p> <p>$\frac{4}{7} ; \frac{1}{5}$</p> <p>$\frac{7}{4} ; \frac{5}{5}$</p> <p>$\frac{4}{7} > \frac{3}{7}$ weil $4 > 3$</p> <p>$\frac{4}{5} > \frac{4}{7}$ weil $5 < 7$</p> <p>$\frac{-4}{7} = (-4) : 7$</p> <p>$\frac{-2}{5} = \frac{2}{5} = \frac{2}{5}$</p> 

Anordnung: liegt die Zahl a auf der Zahlengerade links von b, so ist $a < b$

Bei ein Quotient aus zweier ganzer Zahlen mit verschiedenen Vorzeichen, kann das Minuszeichen vor dem Zähler, vor dem Nenner oder vor dem Bruch stehen.

$$\frac{-3}{4} = \frac{3}{-4} = -\frac{3}{4}$$

1.6 Dezimalbrüche

Bei der Dezimalschreibweise von Zahlen geben die Ziffern rechts vom Komma Zehntel, Hundertstel, Tausendstel, ... an.

Ein Stellenwerttafel kann hilfreich sein.

Zehner (z)	Einer (E)	Zehntel (z)	Hundertstel (h)	Tausendstel (t)
2	8	3	4	9

28,349 gelesen achtundzwanzig Komma drei vier neun

Dezimalbrüche als Brüche schreiben:

Die Zahl ohne Komma ist der Zähler, den Nenner ist ein Zehnerpotenz. Die Anzahl an Kommastellen entspricht die Anzahl der Nullen im Nenner.

$$0,3 = \frac{3}{10} \quad 0,27 = \frac{27}{100}$$

$$56,987 = \frac{56987}{1000} \text{ oder als gemischte Zahl } 56 \frac{987}{1000}$$

1.7 Vergleichen von Dezimalbrüchen

Von 2 Zahlen ist diejenige größer, die auf der Zahlengeraden weiter nach rechts liegt. Zahlen untereinander schreiben (Kommata untereinander) und Ziffern vergleichen. Sind beide Zahlen negativ, diejeniger ist größer, die den kleineren Betrag hat.

0,32 und 0,39 0,32 Stellen vergleichen, Einer sind gleich
0,39 Zehntel sind gleich
Hunderstel: $9 > 2$

$$0,39 > 0,32$$

-0,62 und -0,35 $|-0,62| > |-0,35|$ so gilt $-0,35 > -0,62$

1.8 Brüche in Dezimalbrüche umwandeln und runden

Wo möglich, Nenner als Zehnerpotenz schreiben (durch kürzen oder erweitern)

$$\frac{63}{90} = \frac{7}{10} = 0,7 \quad \frac{3}{4} = \frac{75}{100} = 0,75$$

Oder Zähler durch Nenner dividieren. Man beginnt die Division wie gewohnt, setzt im Ergebnis beim Übergang von Einer auf Zehntel ein Komma.

$\frac{3}{8} = 3 : 8$ $3 : 8 = 0$ 3 geteilt durch 8 geht nicht, 0 schreiben
 $3,0 : 8 = 0,$ Übergang zum Zehntel, Komma schreiben

Hält der Division auf, erhält man einen endlichen Dezimalbruch.

$3,0 : 8 = 0,3$ $30 : 8 = 3$ Rest 6, ein 0 runterbringen
 $3,00 : 8 = 0,375$

Hält der Division nicht auf, erhält man einen unendlichen Dezimalbruch.

$- \frac{24}{60}$ jetzt $60 : 8$ rechnen = 7 R 4
 $\frac{56}{40}$ noch ein 0 runterbringen und $40 : 8$ rechnen = 5 R 0
 $\frac{40}{0}$

Enthält der Nenner des vollständig gekürzten Bruches nur die Primfaktoren 2 und 5, so lässt sich der Bruch in einen endlichen Bruch umwandeln.

$$\frac{8}{3} = 8 : 3 = 2,333 \dots$$

Runden:

Festlegen, wie viele Nachkommastellen die gerundete Zahl haben soll.

Steht rechts von der Rundungsstelle 5,6,7,8 oder 9 so wird aufgerundet.

Steht rechts von der Rundungsstelle 0,1,2,3, oder 4 so wird abgerundet.

Die restliche Nachkommastellen entfallen

7,382 auf Zehntel runden
 $7,3\overline{8}2 \approx 7,4$ (8 aufrunden)

3,8729 auf Hundertstel
 $3,87\overline{2}9 \approx 3,87$ (2 abrunden)

4,38992 auf Tausendstel
 $4,389\overline{9}2 \approx 4,390$ (7 aufrunden, dann 9 aufrunden. Man braucht 3 Nachkommastellen, damit es deutlich ist man hat auf Tausendstel gerundet)

1.9 Periodische Dezimalbrüche

Periodische Dezimalbrüche sind unendliche Dezimalbrüche.

Periode : die Ziffern nach dem Komma die wiederholen

Periodenlänge : die Anzahl der Ziffern der Periode

Reinperiodisch : die Periode beginnt sofort hinter dem Komma.

Gemischtperiodisch : zwischen Komma und Periode sind eine oder mehrere Ziffern, die nicht zur Periode gehören.

Dezimalbrüche mit Periodenlänge 1

$$\frac{1}{9} = 0,1\bar{1} \quad \frac{2}{9} = 0,2\bar{2} \quad \frac{3}{9} = 0,3\bar{3} \dots$$

Dezimalbrüche mit Periodenlänge 2

$$\frac{12}{99} = 0,1\bar{2} \quad \frac{35}{99} = 0,3\bar{5} \quad \frac{87}{99} = 0,8\bar{7} \dots$$

2. Addition und Subtraktion von Brüchen

2.1 Addieren und subtrahieren gleichnamiger Brüche

Zähler addieren bzw. subtrahieren.
Nenner beibehalten.

$$\frac{4}{7} + \frac{2}{7} = \frac{4+2}{7} = \frac{6}{7}$$

$$\frac{5}{7} - \frac{2}{7} = \frac{5-2}{7} = \frac{3}{7}$$

2.2 Addieren und Subtrahieren ungleichnamiger Brüche

Brüche gleichnamig machen.
Zähler addieren bzw. subtrahieren.
Nenner beibehalten

$$\frac{2}{5} + \frac{3}{10} = \frac{4}{10} + \frac{3}{10} = \frac{4+3}{10} = \frac{7}{10} \quad (\text{erweitern})$$

$$\frac{6}{8} - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{3-1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \quad (\text{kürzen})$$

$$\frac{2}{5} + \frac{1}{7} = \frac{14}{35} + \frac{5}{35} = \frac{14+5}{35} = \frac{19}{35}$$

2.3 Addieren und subtrahieren gemischter Zahlen

Falls notwendig, Brüche gleichnamig machen.
Die Ganzen und die Brüche getrennt voneinander addieren bzw. subtrahieren (ggf wandelt man vorher ein Ganzes des Minuenden um)
Oder Brüche als unechte Brüche schreiben, Zähler addieren bzw. subtrahieren.

$$2\frac{3}{7} + 1\frac{2}{7} = 2 + 3 + \frac{3}{7} + \frac{2}{7} = 5\frac{4}{7}$$

$$9\frac{1}{8} - 5\frac{7}{20} = 9\frac{5}{40} - 5\frac{14}{40} = 8\frac{45}{40} - 5\frac{14}{40} = 3\frac{31}{40}$$

$$2\frac{4}{5} + 1\frac{2}{3} = \frac{14}{5} + \frac{5}{3} = \frac{42}{15} + \frac{25}{15} = \frac{67}{15} = 4\frac{7}{15}$$

2.4 Addieren und subtrahieren Dezimalbrüche

Schreibe die Dezimalbrüche untereinander (Kommaunter Komma steht) und addieren bzw. subtrahieren wie bei natürlichen Zahlen

$$12,17 + 4,291 \qquad 8,4 - 5,83$$

$$\begin{array}{r} 12,17 \\ + 4,291 \\ \hline 16,461 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 8,40 \\ - 5,83 \\ \hline 2,57 \end{array}$$

$$\frac{1}{3} = 0,333333 \dots = 0,3\bar{3} \quad \text{Periodenlänge 1}$$

$$0,2\bar{2}; \quad 0,1\bar{7}; \quad 0,8\overline{16} \quad \text{reinperiodisch}$$
$$\frac{32}{55} = 0,5818181 \dots = 0,5\overline{81} \quad \text{gemischt periodisch}$$

Vergleichen

$$0,3\bar{5} \text{ und } 0,3\bar{5}$$

$$0,3\bar{5} = 0,3535 \dots$$

$$0,3\bar{5} = 0,3555 \dots$$

$$0,3\bar{5} < 0,3\bar{5}$$

Brüche und Dezimalbrüche zusammen addieren bzw subtrahieren:

Schreibe beide als Brüche oder Dezimalbrüche dann addiere bzw subtrahiere.

Vorsicht bei periodische Dezimalbrüche, schreibe zuerst als Bruch

3. Multiplikation und Division von Brüchen

3.1 Vervielfachen und Teilen von Brüchen

Multiplizieren: Zähler mit der ganzen Zahl multiplizieren. Nenner beibehalten

Dividieren: Nenner mit der ganzen Zahl multiplizieren. Zähler beibehalten.

3.2 Multiplizieren von Brüchen

Zähler mit Zähler multiplizieren.
Nenner mit Nenner multiplizieren
(Ergebnis kürzen)

Wo möglich, vorher kürzen

Bei gemischte Zahlen, zuerst als unechte Brüche schreiben

3.3 Dividieren von Brüchen

Dividend mit dem Kehbruch des Divisors multiplizieren

3.4 Dezimalbrüche und Zehnerpotenzen

Multipliziert man mit 10; 100; 1000..., so rückt das Komma um 1; 2; 3... Stellen nach rechts.

Dividiert man durch 10; 100; 1000..., so rückt das Komma um 1; 2; 3... Stellen nach links.

Sehr kleine Zahlen werden mit Hilfe von Zehnerpotenzen mit negativen Exponenten dargestellt.

Multipliziert man einen Dezimalbruch mit 10^{-1} ; 10^{-2} ; 10^{-3} ... so entspricht dies einer Division durch 10^1 ; 10^2 ; 10^3 ..., und das Komma rückt um 1;2;3... Stellen nach links.

$$60,2 - 14\frac{4}{5} = 60,2 - 14,8 = 45,4$$

oder

$$60,2 - 14\frac{4}{5} = 60\frac{1}{5} - 14\frac{4}{5} = 46\frac{1}{5} - \frac{4}{5} = 45\frac{6}{5} - \frac{4}{5} = 45\frac{2}{5}$$

$$0,6 - 0,\bar{3} = \frac{3}{5} - \frac{1}{3} = \frac{9}{15} - \frac{5}{15} = \frac{4}{15}$$

$$\frac{2}{3} \cdot 4 = \frac{2 \cdot 4}{3} = \frac{8}{3}$$

$$\frac{3}{5} : 7 = \frac{3}{5 \cdot 7} = \frac{3}{35}$$

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{7}{5} = \frac{2 \cdot 7}{3 \cdot 5} = \frac{14}{15}$$

$$\frac{23}{29} \cdot \frac{29}{51} = \frac{23}{1} \cdot \frac{1}{51} = \frac{23}{51}$$

$$2\frac{1}{7} \cdot 1\frac{3}{5} = \frac{15}{7} \cdot \frac{8}{5} = \frac{3}{7} \cdot \frac{8}{1} = \frac{24}{7} = 3\frac{3}{7}$$

$$\frac{2}{3} : \frac{7}{5} = \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{7} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 7} = \frac{10}{21}$$

$$1,37 \cdot 10 = 13,7 \quad 1,456 \cdot 100 = 145,6$$

$$435 : 10 = 43,5 \quad 863,4 : 100 = 8,634$$

$$0,0004 = \frac{4}{10000} = 4 \cdot \frac{1}{10000} = 4 \cdot \frac{1}{10^4} = 4 \cdot 10^{-4}$$

$$3,75 \cdot 10^{-3} = 0,00375 \quad \text{das Komma rückt 3 Stellen nach links}$$

3.5 Multiplizieren von Dezimalbrüchen

Kommas ignorieren, die Zahlen multiplizieren und dann das Komma wieder einsetzen.

Die gesamte Anzahl von Kommastellen in der Aufgabe entspricht die Anzahl von Kommastellen im Ergebnis.

$$4,2 \cdot 3,15$$

Man rechnet $42 \cdot 315 = 130230$

Es gibt insgesamt 2 Kommastellen in der Aufgabe, wir brauchen 2 KS im Ergebnis

$$4,2 \cdot 3,15 = 13,230$$

$$= 13,23$$

(Überschlag $4 \cdot 3 = 12$)

3.6 Dividieren von Dezimalbrüche

Das Komma bei beiden Zahlen um gleich viele Stellen so weit nach rechts verschieben, bis der Divisor eine natürliche Zahl ist.

Division ausführen, wie bei natürlicher Zahlen.

Wenn man das Komma in der Aufgabe trifft, wird ein Komma im Ergebnis geschrieben

$$0,372 : 0,12 = 3,1 : 12$$

$$37,2 : 12 = 3$$

$$-36$$

1

Nächste Zahl runter bringen
das Komma steht zwischen 7 und 2

$$37,2 : 12 = 3,$$

$$-36$$

12

Komma in Ergebnis schreiben
und weiter berechnen.

$$37,2 : 12 = 3,1$$

$$-36$$

12

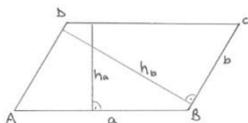
- 12

0

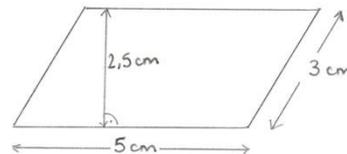
4. Flächeninhalt

4.1 Flächeninhalt eines Parallelogramms

$$A_{\text{Parallelogramm}} = a \cdot h_a = b \cdot h_b$$



Berechne den Flächeninhalt des Parallelogramms:



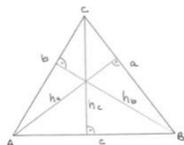
$$A_{\text{Parallelogramm}} = a \cdot h_a$$

$$= 5 \text{ cm} \cdot 2,5 \text{ cm}$$

$$= 12,5 \text{ cm}^2$$

4.2 Flächeninhalt eines Dreiecks

$$A_{\text{Dreieck}} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_a = \frac{1}{2} \cdot b \cdot h_b = \frac{1}{2} \cdot c \cdot h_c$$



Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks ABC mit $a = 6 \text{ cm}$, $h_a = 5 \text{ cm}$

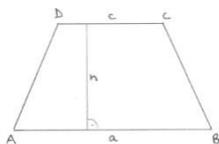
$$A_{\text{Dreieck}} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_a$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 6 \text{ cm} \cdot 5 \text{ cm}$$

$$= 15 \text{ cm}^2$$

4.3 Flächeninhalt eines Trapezes

$$A_{\text{Trapez}} = \frac{1}{2} \cdot (a+c) \cdot h$$



Berechne den Flächeninhalts des Trapezes ABCD mit $a = 8 \text{ cm}$, $c = 6 \text{ cm}$ $h = 12 \text{ cm}$

$$A_{\text{Trapez}} = \frac{1}{2} \cdot (a+c) \cdot h$$

$$= \frac{1}{2} \cdot (8 \text{ cm} + 6 \text{ cm}) \cdot 12 \text{ cm}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 14 \text{ cm} \cdot 12 \text{ cm}$$

$$= 84 \text{ cm}^2$$

4.4 Netz und Oberflächeninhalt

Pyramide: ein Körper, der als Grundfläche ein Vieleck und als Seitenfläche nur Dreiecke hat.

Prisma: ein Körper, der als Grund- und Deckfläche zwei parallele, deckungsgleiche Vielecke hat.

Gerade Prisma : die Seitenflächen sind Rechtecken.

(Schiefe Prisma: die Seitenfläche sind Parallelogramme)

Der Oberflächeninhalt O eines Körpers ist gleich dem Flächeninhalt seines Netzes.

5. Volumen

5.1 Volumen vergleichen und messen

Können zwei Körper in gleich viele Würfel derselben Größe zerlegt werden, dann haben die beiden Körper dasselbe Volumen (oder Rauminhalt)

Volumen entsteht aus ein Maßzahl und ein Volumeneinheit.

5.2 Volumeneinheiten

Kubikmillimeter mm^3 , Kubikzentimeter cm^3 , Kubikdezimeter dm^3 , Kubikmillimeter mm^3 .

Man kann auch Liter nutzen.

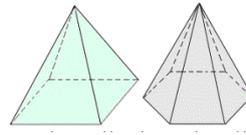
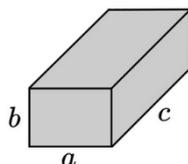
5.3 Volumen eines Quaders:

$$V_{\text{Quader}} = a \cdot b \cdot c$$

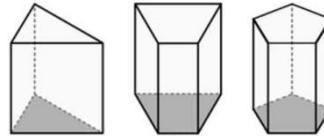
Oder

$$V_{\text{Quader}} = \text{Länge} \cdot \text{Breite} \cdot \text{Höhe}$$

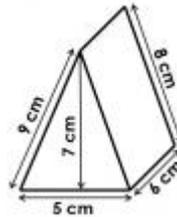
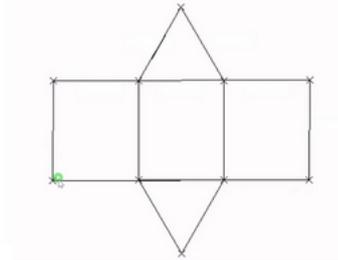
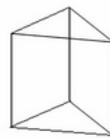
Oder



Vierseitige Pyramide/ sechsstufige Pyramide



Gerade Prismen
Dreiseitiges Prisma
Vierseitiges Prisma
Sechsstufiges Prisma



$$O_{\text{Prisma}} = 2 \cdot A_{\text{Dreieck}} + A_{\text{Rechteck}}$$

$$A_{\text{Dreieck}} = \frac{1}{2} \cdot 5 \text{ cm} \cdot 7 \text{ cm}$$

$$A_{\text{Rechteck}} = \text{Umfang Grundfläche} \cdot \text{Prisma Höhe} \\ = (9 \text{ cm} + 8 \text{ cm} + 5 \text{ cm}) \cdot 6 \text{ cm}$$

$$O_{\text{Prisma}} = 35 \text{ cm}^2 + 132 \text{ cm}^2 = 167 \text{ cm}^2$$

1 cm^3 ist das Volumen eines Würfels mit Kantenlänge 1 cm

$$1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ dm}^3, 1 \text{ dm}^3 = 1000 \text{ cm}^3, 1 \text{ cm}^3 = 1000 \text{ mm}^3$$

$$1 \text{ Liter} = 1 \text{ dm}^3$$

Berechne das Volumen eines Quaders mit den Kantenlängen 6 cm , 4 dm und $0,3 \text{ m}$.

$$V_{\text{Quader}} = a \cdot b \cdot c \\ = 6 \text{ cm} \cdot 4 \text{ dm} \cdot 0,3 \text{ m} \\ = 0,6 \text{ dm} \cdot 4 \text{ dm} \cdot 3 \text{ dm} \\ = 7,2 \text{ dm}^3$$

$$V_{\text{Quader}} = \text{Grundfläche} \cdot \text{Höhe}$$

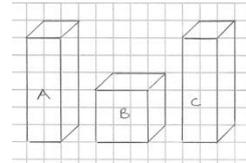
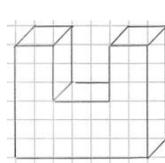
$$V_{\text{Würfel}} = a \cdot a \cdot a = a^3$$

5.4 Volumen verschiedener Körper

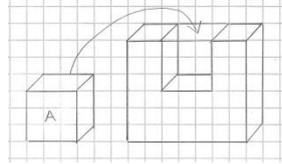
a) Man zerlegt den Körper in Quadern oder

b) man einen zerlegten Körper zu einem Quader neu zusammensetzt oder

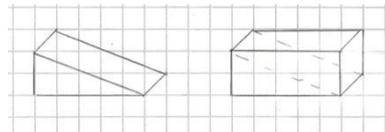
c) man ergänzt den Körper zu einem Quader



$$V_{\text{Körper}} = V_A + V_B + V_C$$



$$V_{\text{Körper}} = V_{\text{Groß}} - V_A$$



$$V_{\text{Prisma}} = V_{\text{Rechteck}} : 2$$

6. Rechnen mit rationalen Zahlen

6.1 Rechnen in der Menge der rationalen Zahlen

Addieren: bei gleichen Vorzeichen addiert man die Beträge und gibt die Summe das gemeinsame Vorzeichen.

Bei unterschiedliche Vorzeichen subtrahiert man den kleineren vom größeren Betrag und gibt der Differenz das Vorzeichen des Summanden mit dem größeren Betrag.

Subtrahieren bedeutet Addieren ihrer Gegenzahl

Multiplizieren bzw. Dividieren:

Man multipliziert bzw. dividiert die Beträge. Beim gleichen Vorzeichen bekommt das Ergebnis ein positives Vorzeichen, beim unterschiedlichen Vorzeichen bekommt das Ergebnis ein negatives Vorzeichen.

6.2 Rechengesetze – Vorteile beim Rechnen

Klammer vor Potenzen von Punkt vor Strich.

Die bekannten Rechengesetze können Vorteile beim Berechnen von Termwerte bringen.

Kommutativgesetz $a+b = b+a$
 $a \cdot b = b \cdot a$

Assoziativgesetz $a + (b+c) = (a+b) + c$
 $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$

Distributivgesetz:

$$(a+b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$$

$$(a - b) \cdot c = a \cdot c - b \cdot c$$

$$(a+b) : c = a : c + b : c$$

$$(a - b) : c = a : c - b : c$$

Ausmultiplizieren: $(a+b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$

$$-3,2 + (-4,76) = -|-3,2| + |-4,76| = -7,96$$

$$4,87 + (-5,99) = -|-5,99| - |4,87| = -1,12$$

$$-3,8 + 4,3 = +|4,3| - |-3,8| = 0,5$$

$$\frac{1}{5} - \left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{1}{5} + \frac{2}{3} = \frac{13}{15}$$

$$2,3 \cdot 4,1 = 9,43 \quad (-2,3) \cdot (-4,1) = 9,43$$

$$2,3 \cdot (-4,1) = -9,43 \quad (-2,3) \cdot 4,1 = -9,43$$

$$-3 \cdot \left(\frac{2}{5} - \frac{2}{5} : 4\right) = -3 \cdot \left(\frac{2}{5} - \frac{2}{20}\right) = -3 \cdot \left(\frac{2}{5} - \frac{1}{10}\right) = -3 \cdot \frac{3}{10} = -\frac{9}{10}$$

$$-\frac{5}{9} + 3,87 - \frac{4}{9} = -\frac{5}{9} - \frac{4}{9} + 3,87 = -1 + 3,87 = 2,87 \quad (\text{KG})$$

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{5}{2} \cdot \frac{3}{11} \cdot \frac{11}{3} = \left(\frac{2}{5} \cdot \frac{5}{2}\right) \cdot \left(\frac{3}{11} \cdot \frac{11}{3}\right) = 1 \cdot 1 = 1 \quad (\text{AG})$$

$$4,9 : 3 + 7,1 : 3 = (4,9 + 7,1) : 3 = 12 : 3 = 4 \quad (\text{DG})$$

Ausklammern: $a \cdot c + b \cdot c = (a+b) \cdot c$

6.3 Terme strukturieren und berechnen
Man gliedert den Term um die Abfolge der Rechenschritte übersichtlich darzustellen.

Gliederung des Terms

In Wortform beschreiben

Berechnung des Termwerts.

6.4 Rationale Zahlen in Sachaufgaben

- 1) Verstehen der Aufgabe: was ist gesucht? Welche Information ist wichtig?
- 2) Zerlege in Teilprobleme: Rechenwegplanen (eine Skizze kann hilfreich sein)
- 3) Rechenweg durchführen: Teilaufgaben ausrechnen und Zwischenergebnisse aufschreiben.
- 4) Rückschau und Antwort: Ergebnis überprüfen, Antwortsatz angeben.

7. Prozentrechnung, Daten und Diagramme

7.1 Prozentangaben

Anteile kann man besser vergleichen, wenn sie im Prozent dargestellt sind.
Prozent ist eine andere Schreibweise für Hunderstel.

Umwandeln:

Dezimalbrüche : das Komma um 2 Stellen nach rechts schieben.
Brüche: wo möglich - erweitern und/oder kürzen damit der Nenner 100 ist, dann ist der Zähler der Prozent Anteil.
Oder als Dezimalbruch schreiben und dann in Prozent umwandeln.

$$\underbrace{(2,3 + 4,9)}_{\text{Summe}} : \underbrace{(8,1 - 3,6)}_{\text{Differenz}} = \underbrace{\hspace{10em}}_{\text{Quotient}}$$

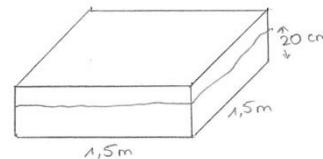
Der Term ist ein Quotient. Der Dividend ist eine Summe mit den ersten Summanden 2,3 und den zweiten Summanden 4,9. Der Divisor ist ein Differenz mit dem Minuend 8,1 und dem Subtrahend 3,6.

$$\begin{aligned}(2,3 + 4,9) : (8,1 - 3,6) \\ &= 7,2 : 4,5 \\ &= 1,6\end{aligned}$$

Anna will einen quaderförmiger Sandkasten anlegen. Der Rahmen ist von oben gesehen quadratisch mit 1,5 m Seitenlänge, der Sand soll 20 cm tief sein. Beim Baumarkt gibt es Spielsand in 25-Liter-Säcken. Bestimme das benötigte Sandvolumen in m^3 und berechne, wie viele Säcke Anna kaufen muss.

1) Gesucht ist das Volumen des Sands und wie viele Säcke gekauft werden muss.

2) Sandkasten 1,5 m lang und
Breit. Sand 20 cm tief.
Pro Sack 25 l



Volumen berechne.
In Liter umwandeln.
Anzahl Säcke berechnen.

$$\begin{aligned}3) V_{\text{Sand}} &= 1,5 \text{ m} \cdot 1,5 \text{ m} \cdot 20 \text{ cm} \\ &= 1,5 \text{ m} \cdot 1,5 \text{ m} \cdot 0,2 \text{ m} \\ &= 0,45 \text{ m}^3\end{aligned}$$

$$0,45 \text{ m}^3 = 450 \text{ dm}^3 = 450 \text{ l}$$

$$\text{Anzahl Säcke} = 450 \text{ l} : 25 = 18$$

4) Anna braucht $0,45 \text{ m}^3$ Sand.
Anna muss 18 Säcke kaufen

Anna hat 13 von 20 Punkt bekommen.

Ihre Schwester hat 16 von 25 Punkte bekommen. Wer hat besser abgeschrieben?

$$\text{Anna } \frac{13}{20} = \frac{65}{100} = 65 \%$$

$$\text{Schwester } \frac{16}{25} = \frac{64}{100} = 64 \%$$

Anna hat besser abgeschrieben

$$0,37 = 37 \%$$

$$\frac{27}{36} = \frac{3}{4} = \frac{75}{100} = 75 \%$$

$$\frac{8}{15} = 8 : 15 = 0,5\bar{3} = 53,3 \%$$

7.2 Diagramme und relative Häufigkeiten

$$\text{Relative Häufigkeit} = \frac{\text{Absolute Häufigkeit}}{\text{Gesamtzahl}}$$

Diagramme

Säulendiagramme – die Höhe der Säulen entspricht dem jeweiligen Anteil.

Balkendiagramme – ein gedrehtes Säulendiagramm

Streifendiagramme- die Länge des Streifen entspricht 100%. Die Länge der Abschnitte entspricht dem jeweiligen Anteil.

Kreisdiagramm – die Größe des Mittelpunktswinkel entspricht dem jeweiligen Anteil.

7.3 Berechnen von Prozentwert und Prozentsatz

$$30\% \text{ von } 200 \text{ cm} = 60 \text{ cm}$$

Der Anteil in Prozent ist der Prozentsatz (hier 30%)

Die Bezugsgröße heißt Grundwert (hier 200 cm)

Der Anteil des Grundwerts heißt Prozentwert (hier 60 cm).

$$\text{Prozentsatz} \cdot \text{Grundwert} = \text{Prozentwert}$$

$$\text{Prozentsatz} = \frac{\text{Prozentwert}}{\text{Grundwert}}$$

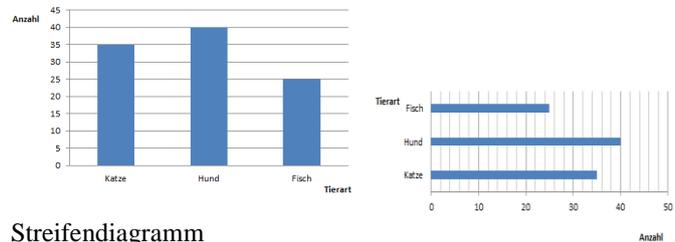
Oder mit Dreisatz berechnen

8 der 32 Schüler der Klasse 6d sind Jungen.

Absolute Häufigkeit = 8

$$\text{Relative Häufigkeit} = \frac{8}{32} = \frac{1}{4} = 25\%$$

35 % der Befragten haben eine Katze, 40% haben einen Hund und 25% haben einen Fisch.



Streifendiagramm

$$100\% \triangleq 10 \text{ cm}$$

$$35\% \triangleq 3,5 \text{ cm}$$

$$40\% \triangleq 4 \text{ cm}$$

$$25\% \triangleq 2,5 \text{ cm}$$



Kreisdiagramm:

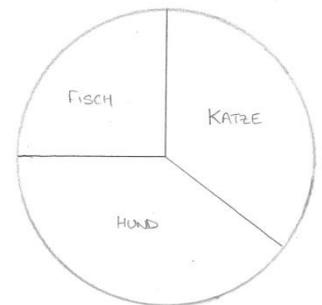
$$100\% \triangleq 360^\circ$$

$$1\% \triangleq 3,6^\circ$$

$$35\% \triangleq 3,6^\circ \cdot 35 = 126^\circ$$

$$40\% \triangleq 3,6^\circ \cdot 40 = 144^\circ$$

$$25\% \triangleq 3,6^\circ \cdot 25 = 90^\circ$$



Berechne den Prozentwert

$$40\% \text{ von } 250 \text{ €}$$

$$40\% \cdot 250 \text{ €} = \text{Prozentwert}$$

$$\text{Prozentwert} = 0,4 \cdot 250 \text{ €} = 100 \text{ €}$$

Dreisatz

$$100\% \triangleq 250 \text{ €}$$

$$10\% \triangleq 25 \text{ €}$$

$$40\% \triangleq 25 \text{ €} \cdot 4 = 100 \text{ €}$$

Berechne den Prozentsatz

$$240 \text{ € von } 600 \text{ €}$$

$$\text{Prozentsatz} = \frac{240}{600} = \frac{40}{100} = 40\%$$

7.4 Der Grundwert

$$\text{Grundwert} = \frac{\text{Prozentwert}}{\text{Prozentsatz}}$$

$$\text{Prozent Unterschied} = \frac{\text{Unterschied}}{\text{Grundwert}} \cdot 100$$

(Der Grundwert hier ist den Wert nach dem „als“)

7.5 Prozentdarstellung beurteilen

Prozentangaben werden häufig ohne Bezug auf einen Grundwert angegeben.

Prozentpunkte: beschreibt die Veränderung von Prozentzahlen

Wenn die Skaleneinteilung bei Diagramme nicht bei Null beginnt entsteht meist ein deutlich andere Eindruck.

7.6 Arithmetisches Mittel

Ein Durchschnitt um einen Überblick bei größeren Datenerhebung zugewinnen.

$$\text{Arithmetisches Mittel} = \frac{\text{Summe der einzelnen Werte}}{\text{Gesamtzahl an Werten}}$$

75% einer Klasse sind Mädchen, das sind 24. Wie viele sind in der Klasse?

$$\text{Grundwert} = \frac{24}{75\%} = \frac{24}{0,75} = 32$$

Anna ist 1,20 m hoch. Ihr Vater ist 1,80m hoch.
Um wie viel Prozent ist Anna kleiner als ihr Vater?

$$\text{Prozent Unterschied} = \frac{1,80 \text{ m} - 1,20 \text{ m}}{1,80 \text{ m}} \cdot 100 = \frac{0,6}{1,8} \cdot 100 = 33, \bar{3}\%$$

(Vater kommt nach dem „als“)

Anna ist 33, $\bar{3}$ % kleiner als ihr Vater.

Um wie viel Prozent ist der Vater größer als Anna ?

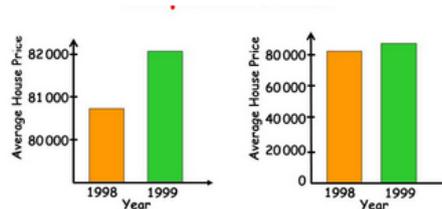
$$\text{Prozent Unterschied} = \frac{1,80 \text{ m} - 1,20 \text{ m}}{1,20 \text{ m}} \cdot 100 = \frac{0,6}{1,2} \cdot 100 = 50\%$$

(Anna kommt nach dem „als“)

Der Vater ist 50% größer als Anna.

Eine Verkaufssteigerung um 50% könnte bedeuten 3 Autos statt 2 wurden verkauft oder 300 Autos statt 200.

Steigt der Anteil einer Partei von 20% auf 30%, hat die Partei 10 Prozentpunkte hinzugenommen.



Datensatz:

4cm , 3 cm , 2,8 cm , 0 cm , 5 cm

$$\text{Arithmetisches Mittel} = \frac{4 \text{ cm} + 3 \text{ cm} + 2,8 \text{ cm} + 0 \text{ cm} + 5 \text{ cm}}{5} = \frac{14,8 \text{ cm}}{5} = 2,96 \text{ cm}$$