

## 1. Terme

### 1.1 Term mit Variablen

Terme sind Rechenausdrücke mit Zahlen und Variablen.  
Variablen sind Stellvertreter für Zahlen

Die Zahlen, die für die Variable eingesetzt werden dürfen, bilden zusammen die **Grundmenge G**.

### 1.2 Termwert berechnen

Setzt man eine Zahl für die Variable ein, so bekommt man den **Termwert**.

2 Terme sind äquivalent, wenn sie für jede mögliche Einsetzung denselben Wert ergeben.

### 1.3 Terme aufstellen

Man stellt Sachverhalte oder Rechenvorschrift kurz und präzise durch Terme dar.

## 2 Umformen von Termen

### 2.1 addieren und subtrahieren

Gleichartige Termen werden addiert bzw. Subtrahiert

### 2.2 multiplizieren und dividieren

Zahlen zusammen multiplizieren, Variablen zusammen multiplizieren bzw. dividieren

### 2.3 Klammer auflösen

Steht ein Plus vor der Klammer, kann man die Klammer weglassen.

Steht ein Minus vor der Klammer, muss man alle Vorzeichen in den Klammer ändern und kann dann die weglassen

Mann multipliziert eine Summe (oder eine Differenz) mit einem Faktor, indem man jedes Glied der Summe mit diesem Faktor multipliziert und dann die Produkte addiert.

Mann multipliziert eine Summe (oder Differenz) mit einer Summe (oder Differenz), indem man jedes Glied der ersten Summe mit jedem Glied der zweiten Summe multipliziert

### 2.4 Binomische Formel

Plus Formel  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Minus Formel  $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

PlusMinus Formel  $(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$

### 2.5 Faktorisieren (Ausklammern)

(Klammer wieder einsetzen). Klammere möglichst viele Faktoren aus

## 3. Symmetrie

### 3.1 Achsensymmetrie

Eine Figur, die man so falten kann, dass ihre beiden Teile miteinander zur Deckung kommen, heißt **achsensymmetrisch**. Eine Achsensymmetrie liegt vor, wenn ein Punkt A auf den Bildpunkt A' abgebildet wird, so dass die Verbindungsstrecke  $\overline{AA'}$  von der Achse halbiert wird.

### 3.2 Konstruieren von Spiegelpunkte und Achse

#### 3.2.1 Symmetrieachse zu Punkten A und B

Mittelsenkrecht von  $\overline{AB}$  konstruieren. (Siehe 3.3.1)

$$T(x) = 2x + 1$$

$$T(4) = 2 \cdot 4 + 1 \\ = 9$$

Die Zahl n wird um 3 vermindert  
Term:  $n - 3$

$$3x + 2x + 4x = 9x$$

$$3x + 4y + x = 4x + 4y$$

$$2x^2 + 3x^2 + 4x = 5x^2 + 4x$$

$$2x \cdot 3x = 6x^2$$

$$12x^2 : 4x = 3x$$

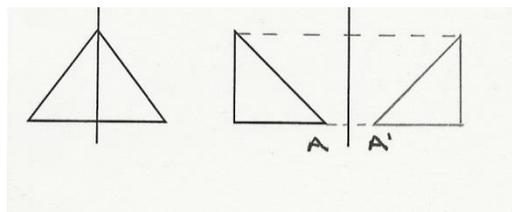
$$4 + (x - 2) = 4 + x - 2 = 2 + x$$

$$3 - (x - 2) = 3 - x + 2 = 5 - x$$

$$2(x + 4) = 2 \cdot x + 2 \cdot 4 \\ = 2x + 8$$

$$(2 + x) \cdot (x - 3) = 2 \cdot x + 2 \cdot (-3) + x \cdot x + x \cdot (-3) \\ = 2x - 6 + x^2 - 3x \\ = x^2 - x - 6$$

$$15s^2t - 20st^2 = 5 \cdot 3 \cdot s \cdot s \cdot t - 5 \cdot 4 \cdot s \cdot t \cdot t \\ = 5st \cdot (3s - 4t)$$



### 3.2.2 Spiegelpunkt $P^*$ von $P$ bezüglich der Achse $a$

2 Punkte  $A$  und  $B$  auf Achse  $a$  auswählen. Kreis um  $A$  mit  $r = |\overline{AP}|$ . Kreis um  $B$  mit  $r = |\overline{BP}|$ . Die Kreise schneiden einander bei Punkt  $P$  und  $P^*$ .

### 3.3 Grundkonstruktionen

#### 3.3.1 Mittelsenkrechte

Kreis um  $A$ , Kreis um  $B$  mit dem gleichen Radius. Schnittpunkte verbinden.

#### 3.3.2 Lot zu einer Geraden $g$ durch einen Punkt $P \notin g$

Der Kreis um  $P$ , mit genügend großem Radius, schneidet die Gerade  $g$  in den Punkten  $S_1$  und  $S_2$ . Mittelsenkrechte  $\overline{S_1S_2}$  konstruieren.

#### 3.3.3 Lot zu einer Geraden $g$ durch einen Punkt $P \in g$

Der Kreis um  $P$  schneidet die Gerade  $g$  in den Punkten  $S_1$  und  $S_2$ . Mittelsenkrechte  $\overline{S_1S_2}$  konstruieren.

#### 3.3.4 Winkelhalbierende $w_\alpha$ eines Winkels $\alpha$ .

Der Kreis um Scheitel  $P$  mit beliebig großem Radius schneidet die beiden Winkelschenkel in  $S_1$  und  $S_2$ . Der Mittelsenkrechte von  $\overline{S_1S_2}$  verläuft durch  $P$  und halbiert den Winkel  $\alpha$ .

#### 3.3.5 Mittelparallele $p_{gh}$ des Parallelenpaars $(g;h)$

Lot von einem beliebigen Punkt  $P$  (auf  $g$ ) zu  $h$  konstruieren. (schneidet  $h$  beim Punkt  $F$ ). Mittelsenkrechte  $\overline{PF}$  konstruieren.

### 3.4 Punktsymmetrie

Eine Figur heißt **punktsymmetrisch**, wenn sie bei einer Halbdrehung um einen Punkt  $Z$ , mit sich zur Deckung kommt. Der Punkt  $Z$  heißt auch Symmetriezentrum.

#### 3.4.1 Konstruieren des Symmetriezentrums

Bei 2 Punkte  $P$  und  $P'$ : Mittelsenkrechte der Strecke  $\overline{PP'}$  konstruieren  
Bei mehrere Punkte: Symmetrische Punkte verbinden.  $Z$  ist der Schnittpunkt der Verbindungsstrecken.

#### 3.4.2. Konstruieren von Spiegelpunkte

Zeichne die Halbgerade  $[AZ$  und dann den Kreis um  $A$  mit  $r = \overline{AZ}$   
Der Kreis schneidet  $[AZ$  im Punkt  $A'$ .

### 3.5 Symmetrische Vierecke

**Parallelogramm** – ein Viereck bei dem je Gegenseiten parallel sind

**Rechteck** – ein Parallelogramm mit 4 gleich großen Winkeln.

**Raute** – ein Parallelogramm mit 4 gleich langen Seiten.

**Quadrat** – ein Parallelogramm mit alle Seiten gleich lang und alle Winkel gleich groß.

**Drachenviereck** – symmetrisch gelegene Seiten sind gleich lang

**gleichschenkliges Trapez** – 1 Paar parallele Seiten und 1 Paar gleich langen Seiten

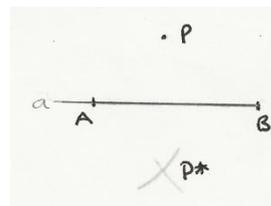
### 4 Winkelbetrachtungen

#### 4.1 Winkel an einer Geradenkreuzung

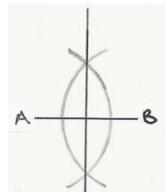
Nebenwinkel bilden miteinander einen gestreckten Winkel.

$\alpha + \beta = 180^\circ$ . (Nur 2 Winkel bilden zusammen Nebenwinkel)

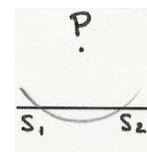
Scheitelwinkel (gegenüberliegenden Winkel) sind gleich groß.



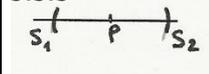
3.3.1



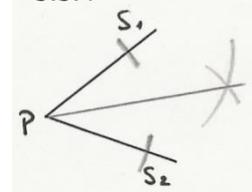
3.3.2



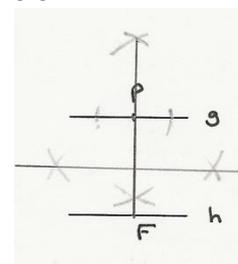
3.3.3



3.3.4

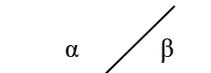
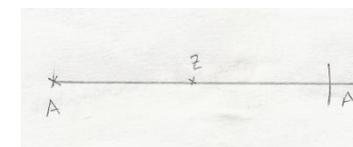


3.3.5



3.4.1

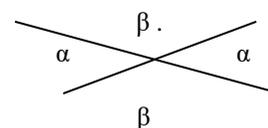
3.4.2



Nebenwinkel



nicht Nebenwinkel



#### 4.2 Winkel an Parallelen

Wechselwinkel (Z Winkel) sind gleich groß.

Stufenwinkel (F Winkel) sind gleich groß.

#### 4.3 Winkelsumme im Dreieck

In jedem Dreieck hat die Summe der 3 Innenwinkel den Wert  $180^\circ$ .

#### 4.4 Winkelsumme im Viereck

In jedem Viereck hat die Summe der 4 Innenwinkel den Wert  $360^\circ$ .

### 5. Gleichungen und Prozentrechnung

#### Aufstellen und Lösen von Gleichungen

##### 5.1 Lösen

Klammer auflösen und Terme vereinfachen.

Alle Unbekannte auf eine Seite sammeln.

Alle Unbekannte sollen alleine auf eine Seite sein.

Die Variable soll nur einmal da sein (mit Ko-effizient 1)

Lösung schreiben.

##### 5.2 Gleichung aufstellen

Variable definieren

Gleichung aufstellen (ggf. mit Hilfe eine Skizze)

Gleichung lösen

Ergebnis angeben

Probe machen

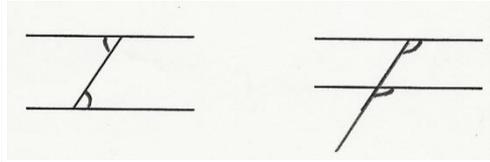
##### 5.3 Prozentrechnung

Grundwert  $\cdot$  Prozentsatz = Prozentwert

##### 5.3.1 Erhöhung der Grundwerts:

Grundwert  $\cdot$  Wachstumsfaktor = Neuwert

Wachstumsfaktor ist  $100\% + \% \text{ Erhöhung}$  (als Dezimal geschrieben)



$$5(x - 4) - 2 = 2(x + 3)$$

$$5x - 20 - 2 = 2x + 6$$

$$5x - 18 = 2x + 6$$

$$3x - 18 = 6 \quad \left\{ \begin{array}{l} - 2x \\ + 18 \end{array} \right.$$

$$3x = 24 \quad \left\{ \begin{array}{l} : 3 \end{array} \right.$$

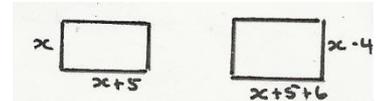
$$x = 8$$

$$L = \{8\}$$

Die Länge eines Rechtecks A, ist um 5m größer als die Breite. Der Flächeninhalt des Rechtecks ändert sich nicht, wenn man die Breite um 4m verkürzt, die Länge um 6m verlängert. Finde durch Rechnung, die Breite des Rechtecks A heraus.

x ist die Breite des Rechtecks A

$$\begin{aligned} A_A &= l \cdot b \\ &= (x + 5) \cdot x \\ A_{A'} &= (x + 11) \cdot \\ &(x - 4) \end{aligned}$$



$$x(x + 5) = (x + 11)(x - 4)$$

$$x^2 + 5x = x^2 + 7x - 44 \quad \left\{ \begin{array}{l} - x^2 \end{array} \right.$$

$$5x = 7x - 44 \quad \left\{ \begin{array}{l} -7x \end{array} \right.$$

$$-2x = -44 \quad \left\{ \begin{array}{l} : (-2) \end{array} \right.$$

$$x = 22$$

Das Rechteck A ist 22m breit.

Probe:  $22 \cdot 27 = 18 \cdot 33$

$$594 = 594$$

Berechne 15 % von 40

$$40 \cdot 0,15 = 6$$

Eine Fahrkarte kostet 20 Euro. Was kostet sie nach einer Erhöhung von 10 % ?

$$20 \cdot 1,10 = 22 \text{ Sie kostet jetzt 22 Euro}$$

Nach einer Erhöhung von 20% kostet eine Fahrkarte 48 Euro. Was hat sie ursprünglich gekostet? x ist der ursprüngliche Preis.

$$x \cdot 1,2 = 48 \quad \left\{ \begin{array}{l} : 1,2 \end{array} \right.$$

$$x = 40 \quad \text{Sie hat vorher 40 Euro gekostet}$$

### 5.3.2 Verminderung des Grundwerts

Grundwert · Abnahmefaktor = Neuwert

Senkt z.B. ein Preis um 20%, so bleibt 80%, und man rechnet 80% von dem ursprünglichen Preis.

Der Abnahmefaktor ist 100% - % Verminderung (als Dezimal)

### 5.3.3 Zinsrechnung

Kapital · Zinssatz = Zinsen

Darlehen · Zinssatz = Zinsen

## 6.1 Kenngrößen von Daten

### 6.1 Arithmetisches Mittel

Das arithmetische Mittel oder Durchschnittswert oder Mittelwert

Durchschnitt =  $\frac{\text{Summe aller Einzelwerte}}{\text{Anzahl aller Einzelwerte}}$

### 6.2 Median

Der Wert in der Mitte eines geordneten Datensatz

Der Median teilt den Datensatz in 2 gleich großen Blöcke

### 6.3 Spannweite und Quartile

Spannweite = größter Wert – kleinster Wert

Der Median teilt den Datensatz in 2 gleich großen Blöcke

Das untere Quartil ist der Median des unteren Blocks

Das obere Quartil ist der Median des oberen Blocks

### 6.4 Boxplots

Ein Boxplot entsteht aus ein Rechteck (Box) und 2 Antenne. Unteres und oberes Quartil begrenzen das Rechteck, in dem der Median liegt.

Minimal- und Maximalwert legen die Antenne fest.

Zu jedem Boxplot gehört eine Achse.

Der Preis eines Hemdes , 35 Euro, wird um 30% reduziert. Was kostet er jetzt?

Er kostet nur 70% (100% -30%) des ursprüngliches Preises

$$35 \cdot 0,7 = 24,5$$

Er kostet jetzt 24,50 Euro.

Felix legt 500 Euro zu 3% p.a. an. Wie viel Geld hat er in seinem Konto nach einem Jahr?

$$500 \cdot 1,03 = 515$$

Nach einem Jahr hat er 515 € (500 € Kapital und 15 € Zinsen)

2; 5; 7; 0; 3; 1

$$\text{Durchschnitt} = (2 + 5 + 7 + 0 + 3 + 1) : 6 = 3$$

0; 1; 2; 3; 5 Median ist 2

0; 1; 2; 4; 5; 7; Median ist  $(2+4): 2 = 3$

1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 12

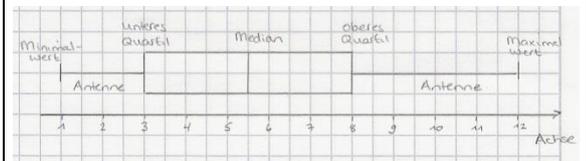
Unteres Block      oberes Block

Median = 5,5

Unteres Quartil = 3

Oberes Quartil = 8

$$\text{Spannweite} = 12 - 1 = 11$$



## 7 Kongruenz und Dreiecke

Zwei Figuren die vollständig miteinander zur Deckung kommen, heißen **deckungsgleich** oder **kongruent**.

Sind 2 Figuren A und B kongruent, so schreibt man  $A \cong B$ .

### 7.1 Kongruenzsätze für Dreiecke

**SSS** – 2 Dreiecke sind kongruent, wenn sie in alle drei Seiten übereinstimmen.

**SWS** – 2 Dreiecke sind kongruent, wenn sie in zwei Seiten und den Zwischenwinkel übereinstimmen.

**WSW** – 2 Dreiecke sind kongruent, wenn sie in zwei Winkel und die Zwischenseite übereinstimmen.

**SSW** – 2 Dreiecke sind kongruent, wenn sie in den Längen zweier Seiten und in der Größe des der längeren dieser beiden Seiten gegenüberliegenden Winkels übereinstimmen.

(gilt auch für eindeutig konstruierbare Dreiecke)

### 7.2 Besondere Dreiecke

**7.2.1 gleichschenkelig** – 2 Seiten sind gleich lang, Basiswinkel sind gleich groß. 1 Symmetrieachse, die den Spitzwinkel halbiert und die Basis rechtwinklig halbiert.

**7.2.2. gleichseitig** – alle 3 Seiten sind gleich lang, die Innenwinkel sind je  $60^\circ$ . 3 Symmetrieachsen, die die Innenwinkel halbieren und die Dreieckseiten rechtwinklig halbieren.

### 7.3 Konstruktionen

**Umkreis eines Dreiecks:** der Schnittpunkt aller Mittelsenkrechten (der Seiten) ist der Mittelpunkt des Umkreises eines Dreiecks (geht durch alle 3 Ecken)

**Inkreis eines Dreiecks** – der Schnittpunkt aller Winkelhalbierenden ist der Mittelpunkt des Inkreis (berührt jede der 3 Seiten)

**Höhe eines Dreiecks** – eine Gerade die durch einen Eckpunkt eines Dreiecks geht und die gegenüberliegende Seite (oder deren Verlängerung) rechtwinklig schneidet.  $H_a$  ist der Fußpunkt der Höhe  $h_a$ .

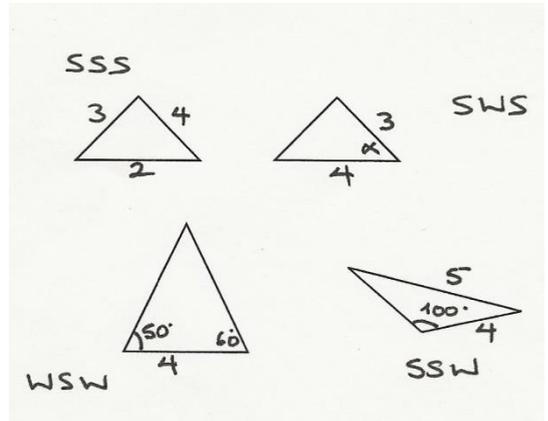
**Winkelhalbierenden** –  $w_\alpha$  – geht von Ecke A zur Seite a und halbiert  $\alpha$ .

**Thales Kreis** - Ein Dreieck ABC hat genau dann bei C einen rechten Winkel, wenn C auf dem Halbkreis über  $\overline{AB}$  liegt (Thales Kreis).

#### Kreis und Tangenten

Die Tangente t an einem Kreis mit dem Mittelpunkt M im Kreispunkt B steht senkrecht auf dem Berührradius  $\overline{MB}$

Von jedem Punkt P außerhalb eines Kreises mit dem Mittelpunkt M gibt es 2 Tangenten  $t_1$  und  $t_2$  an diesen Kreis. Ihre Berührungspunkte  $B_1$  und  $B_2$  liegen auf dem Thaleskreis über  $\overline{MP}$



7.2.1

7.2.2

